Лекция 26. Кинематическая алгебра в калибровочном поле. Вторая кинематическая алгебра

А. А. Кецарис*
(16 июня 2012)

В этой Лекции мы обобщаем результаты, полученные в Лекции 18. Соотношения кинематической алгебры обобщаются на случай калибровочного поля. И затем в кинематическую алгебру вводятся векторы, ответственные за ускоренные движения. Такая алгебра названа *второй кинематической.*

I. ВВЕДЕНИЕ

В Лекции 18 рассматривалась *кинематическая* алгебра. Ее векторное пространство $\mathbb{T}$ представляет собой сумму обобщенного пространства-времени $\mathbb{X}$ и пространства линейных преобразований $\mathbb{L}$ на $\mathbb{X}$.

Вектор t кинематической алгебры $\mathbb{T}$ записывается через базисные векторы и координаты следующим образом

$$t = x + l = \mathfrak{e}_I \cdot x^I + \mathfrak{I}^K{}_I \cdot l^I{}_K \,.$$

Название *кинематическая алгебра* объясняется тем, что линейные преобразования включают в себя геометрические повороты, лоренцевы бусты и *дилатации.*[1] Линейные преобразования, входящие в кинематическое пространство, удобно назвать *линейными движениями.* Этот термин по отношению к вектору

$$l = \mathfrak{I}^K{}_I \cdot l^I{}_K$$

мы будем применять в дальнейшем.

Произведение в кинематической алгебре определяется таблицей умножения [2] базисных векторов:

$$\begin{aligned}
\mathfrak{e}_M \circ \mathfrak{e}_K &= \mathfrak{e}_I \cdot C^I{}_{MK} + \mathfrak{I}^I{}_L \cdot C^L{}_{IMK} \\
\mathfrak{I}^L{}_K \circ \mathfrak{e}_M &= 0 \\
\mathfrak{e}_K \circ \mathfrak{I}^I{}_M &= \delta^I{}_K \cdot \mathfrak{e}_M \\
\mathfrak{I}^L{}_K \circ \mathfrak{I}^I{}_M &= \delta^I{}_K \cdot \mathfrak{I}^L{}_M + \delta^I{}_K \cdot \delta^L{}_M \,,
\end{aligned} \tag{1}$$

Уравнения структуры кинематической алгебры записываются следующим образом

$$d_2 D_1 t = D_1 t \circ D_2 t \,.$$

Запишем это уравнение через векторы слагаемых пространств $\mathbb{X}$ и $\mathbb{L}$

$$d_2(D_1 x + D_1 l) = (D_1 x + D_1 l) \circ (D_2 x + D_2 l) \,. \tag{2}$$

Подставляя в это уравнение выражения векторов через базисные векторы и пользуясь законом умножения базисных векторов (1), получим уравнения структуры для координат

$$\begin{aligned}
d_2 D_1 x^I &= D_2 l^I{}_K \cdot D_1 x^K + C^I{}_{KM} \cdot D_1 x^K \cdot D_2 x^M \\
d_2 D_1 l^M{}_L &= D_2 l^M{}_K \cdot D_1 l^K{}_L + C^M{}_{LPQ} \cdot D_1 x^P \cdot D_2 x^Q \,.
\end{aligned} \tag{3}$$

К этим уравнениям необходимо добавить проекцию уравнения (2) на скалярное направление

$$d_2 D_1 t^0 = C_{KM} \cdot D_1 x^K \cdot D_2 x^M + D_2 l^M{}_K \cdot D_1 l^K{}_M \,.$$

Если теперь ввести скалярную функцию s из условия

$$ds^2 = dDt^0 \,,$$

то получим выражение

$$ds^2 = C_{KM} \cdot Dx^K \cdot Dx^M + Dl^M{}_K \cdot Dl^K{}_M \,, \tag{4}$$

которое можно рассматривать как квадрат линейного элемента на кинематическом пространстве.

В настоящей лекции мы рассматриваем кинематическую алгебру в *калибровочном поле.* При этом нужно иметь в виду, что описание взаимодействия с помощью калибровочного поля может быть осуществлено двояким образом: либо с использованием пространства действия (такой подход мы назовем *динамическим*), либо с использованием кинематического пространства (такой подход мы назовем *кинематическим*). Так, например, классическое уравнение Ньютона

$$\frac{dp}{dt} = F$$

есть результат динамического подхода к описанию взаимодействия, а приводимое в ОТО уравнение движения частицы в гравитационном поле

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma^i{}_{kl} \frac{dx^k}{ds} \frac{dx^l}{ds} = 0$$

– это следствие кинематического подхода к описанию взаимодействия.

* ketsaris@mail.ru; http://toe-physics.org

[1] Дилатации – это кинематические растяжения и сжатия пространства. Например, линия, составленная из несвязанных массивных частиц, меняет свою длину, двигаясь в неоднородном гравитационном поле и переходя из одной области пространства в другую. Растяжения и сжатия пространства (дилатации), рассматриваемые безотносительно к вызывающим их причинам, являются элементами кинематического пространства.

[2] Кинематическая алгебра подобна алгебре действия фундаментальных частиц и промежуточных частиц первого рода. Поэтому таблица умножения кинематической алгебры повторяет таблицу умножения, приведенную в лекции 17.

Кроме того в настоящей лекции мы обобщаем кинематическую алгебру, добавляя к ней отображения линейных преобразований в обобщенное пространство-время. Ускорения в общепринятом смысле являются элементами этого множества отображений. Поэтому за указанными отображениями мы закрепим термин "ускорения". Новое обобщение кинематической алгебры мы назовем *второй кинематической алгеброй*.

II. КИНЕМАТИЧЕСКАЯ АЛГЕБРА В КАЛИБРОВОЧНОМ ПОЛЕ. УРАВНЕНИЯ СТРУКТУРЫ.

Для того, чтобы перейти от кинематической алгебры к кинематической алгебре в калибровочном поле, необходимо выполнить следующую замену компонент дифференциалов векторов

$$Dx \to Dx\,, \quad Dl \to Dl - Dx \circ A\,.$$

В координатной записи выражения дифференциалов векторов приобретают вид

$$Dx = \mathfrak{e}_I \cdot Dx^I\,, \qquad Dl = \mathfrak{I}^K{}_I \cdot (Dl^I{}_K - A^I{}_{KN} \cdot Dx^N)\,. \tag{5}$$

Здесь объект A с координатами $A^I{}_{KN}$ представляет собой потенциал калибровочного поля.

Уравнения структуры (2) сохраняют свой вид для кинематической алгебры в калибровочном поле с учетом вышеуказанных выражений. Подставим в эти уравнения выражения (5) дифференциалов векторов через базисные векторы:

$$\begin{aligned} d_2D_1x^I \cdot \mathfrak{e}_I + d_2(D_1l^M{}_L - A^M{}_{LN} \cdot D_1x^N) \cdot \mathfrak{I}^L{}_M = (D_1x^M \cdot D_2x^K) \cdot (\mathfrak{e}_M \circ \mathfrak{e}_K) + \\ + D_1x^K \cdot (D_2l^M{}_I - A^M{}_{IN} \cdot D_2x^N) \cdot (\mathfrak{e}_K \circ \mathfrak{I}^I{}_M) + (D_1l^K{}_L - A^K{}_{LN} \cdot D_1x^N) \cdot D_2x^M \cdot (\mathfrak{I}^L{}_K \circ \mathfrak{e}_M) + \\ + (D_1l^K{}_L - A^K{}_{LP} \cdot D_1x^P) \cdot (D_2l^M{}_I - A^M{}_{IQ} \cdot D_2x^Q) \cdot (\mathfrak{I}^L{}_K \circ \mathfrak{I}^I{}_M)\,. \end{aligned}$$

Далее воспользуемся правилом умножения базисных векторов (1). В результате имеем

$$\begin{aligned} d_2D_1x^I \cdot \mathfrak{e}_I + (d_2D_1l^M{}_L - d_2A^M{}_{LP} \cdot D_1x^P - A^M{}_{LN} \cdot d_2D_1x^N) \cdot \mathfrak{I}^L{}_M = (D_1x^M \cdot D_2x^K) \cdot (\mathfrak{e}_I \cdot C^I{}_{MK} - \mathfrak{I}^L{}_I \cdot C^L{}_{IMK}) + \\ + D_1x^K \cdot (D_2l^M{}_K - A^M{}_{KP} \cdot D_2x^P) \cdot \mathfrak{e}_M + (D_1l^K{}_L - A^K{}_{LP} \cdot D_1x^P) \cdot (D_2l^M{}_K - A^M{}_{KQ} \cdot D_2x^Q) \cdot (\mathfrak{I}^L{}_M + \delta^L{}_M)\,. \end{aligned}$$

Разделяя слагаемые по базисным векторам, получаем:

$$\begin{aligned} & d_2D_1x^I = C^I{}_{MK} \cdot D_1x^M \cdot D_2x^K + D_2l^I{}_K \cdot D_1x^K - A^I{}_{MK} \cdot D_1x^M \cdot D_2x^K\,, \\ & d_2D_1l^M{}_L - d_2A^M{}_{LP} \cdot D_1x^P - A^M{}_{LK} \cdot d_2D_1x^K = \\ & \qquad = C^M{}_{LPQ} \cdot D_1x^P \cdot D_2x^Q + (D_1l^K{}_L - A^K{}_{LP} \cdot D_1x^P) \cdot (D_2l^M{}_K - A^M{}_{KQ} \cdot D_2x^Q)\,, \\ & d_2D_1t^0 = C_{MK} \cdot D_1x^M \cdot D_2x^K + (D_1l^K{}_L - A^K{}_{LP} \cdot D_1x^P) \cdot (D_2l^L{}_K - A^L{}_{KQ} \cdot D_2x^Q)\,. \end{aligned}$$

После подстановки первого уравнения во второе и необходимых преобразований, получим уравнения структуры кинематической алгебры в калибровочном поле относительно дифференциалов координат векторов

$$\begin{aligned} & d_2D_1x^I = D_2l^I{}_K \cdot D_1x^K + T^I{}_{MK} \cdot D_1x^M \cdot D_2x^K\,, \\ & d_2D_1l^M{}_L = D_2l^M{}_K \cdot D_1l^K{}_L + A^M{}_{LK} \cdot D_2l^K{}_P \cdot D_1x^P - A^M{}_{KP} \cdot D_1l^K{}_L \cdot D_2x^P - D_2l^M{}_K \cdot A^K{}_{LP} \cdot D_1x^P + \\ & \qquad + F^M{}_{LPQ} \cdot D_1x^P \cdot D_2x^Q\,, \\ & d_2D_1t^0 = C_{MK} \cdot D_1x^M \cdot D_2x^K + (D_1l^K{}_L - A^K{}_{LP} \cdot D_1x^P) \cdot (D_2l^L{}_K - A^L{}_{KQ} \cdot D_2x^Q)\,, \end{aligned} \tag{6}$$

где

$T^I{}_{MK} = C^I{}_{MK} - A^I{}_{MK}$ – объект кручения,
$F^M{}_{LPQ} = A^M{}_{LPQ} + A^M{}_{KQ} \cdot A^K{}_{LP} + A^M{}_{LK} \cdot T^K{}_{PQ} + C^M{}_{LPQ}$ – объект кривизны.

Здесь использовано обозначение $A^M{}_{LPQ} \cdot Dx^Q = dA^M{}_{LP}$.

Введем скалярную функцию s' из условия

$$ds'^2 = dDt^0\,.$$

В результате кинематическая алгебра в калибровочном поле снабжается квадратом линейного элемента

$$ds'^2 = C_{MK} \cdot Dx^M \cdot Dx^K + (Dl^K{}_L - A^K{}_{LP} \cdot Dx^P) \cdot (Dl^L{}_K - A^L{}_{KQ} \cdot Dx^Q)\,. \tag{7}$$

Из этого выражения видно, что метрика кинематического пространства в калибровочном поле включает в себя метрику пространства-времени и метрику калибровочных преобразований, поставленных в соответствие точкам пространства-времени. Поэтому имеет место корреляция между пространством кинематической алгебры в калибровочном поле и пространством, рассматриваемым в многомерных обобщениях теории гравитации.[3]

III. ВТОРАЯ КИНЕМАТИЧЕСКАЯ АЛГЕБРА

Векторное пространство второй кинематической алгебры, которое мы обозначим $\mathbb{R}$, помимо векторного пространства $\mathbb{T} = \mathbb{X} + \mathbb{L}$ включает в себя векторное пространство *ускорений*. Это пространство мы обозначим $\mathbb{A}$. Таким образом,

$$\mathbb{R} = \mathbb{X} + \mathbb{L} + \mathbb{A}\,.$$

Соответственно вектор пространства $\mathbb{R}$

$$r = x + l + a\,.$$

Здесь через a обозначен вектор пространства $\mathbb{A}$. Через базисные векторы и координаты он записывается следующим образом

$$a = \mathfrak{J}^{LI}{}_K \cdot a^K{}_{IL}$$

Среди произведений векторов второй кинематической алгебры ключевым является произведение

$$x \circ a\,.$$

Оно является вектором пространства $\mathbb{L}$. По отношению к базисным векторам это требование записывается так

$$\mathfrak{e}_K \circ \mathfrak{J}^{PI}{}_M = \delta^P{}_K \cdot \mathfrak{J}^I{}_M\,.$$

А полную таблицу умножений базисных векторов мы запишем, учитывая, что вторая кинематическая алгебра подобна алгебре фундаментальных и промежуточных частиц первого и второго рода. Поэтому указанная таблица умножений повторяет ту, которая приведена в лекции 21:

$$\begin{aligned}
\mathfrak{e}_K \circ \mathfrak{e}_M &= \mathfrak{e}_L \cdot C^L{}_{KM} + \mathfrak{J}^P{}_L \cdot C^L{}_{PKM} + \mathfrak{J}^{NI}{}_L \cdot C^L{}_{INKM}\,,\\
\mathfrak{J}^L{}_K \circ \mathfrak{e}_M &= 0\,,\\
\mathfrak{e}_K \circ \mathfrak{J}^I{}_M &= \delta^I{}_K \cdot \mathfrak{e}_M\,,\\
\mathfrak{J}^L{}_K \circ \mathfrak{J}^I{}_M &= \delta^I{}_K \cdot \delta^L{}_M + \delta^I{}_K \cdot \mathfrak{J}^L{}_M\,,\\
\mathfrak{e}_K \circ \mathfrak{J}^{PI}{}_M &= \delta^P{}_K \cdot \mathfrak{J}^I{}_M\,,\\
\mathfrak{J}^{NL}{}_K \circ \mathfrak{e}_M &= 0\,,\\
\mathfrak{J}^L{}_K \circ \mathfrak{J}^{PI}{}_M &= \delta^P{}_K \cdot \mathfrak{J}^{LI}{}_M + \mathfrak{e}_M \cdot \delta^P{}_K \cdot g^{LI}\,,\\
\mathfrak{J}^{NL}{}_K \circ \mathfrak{J}^I{}_M &= \mathfrak{J}^{NL}{}_M \cdot \delta^I{}_K\,,\\
\mathfrak{J}^{NL}{}_K \circ \mathfrak{J}^{PI}{}_M &= \mathfrak{J}^N{}_M \cdot g^{LI} \cdot \delta^P{}_K + \delta^N{}_M \cdot g^{LI} \cdot \delta^P{}_K\,.
\end{aligned} \tag{8}$$

[3] На этом вопросе мы остановимся в следующей лекции.

IV. УРАВНЕНИЯ СТРУКТУРЫ ВТОРОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ АЛГЕБРЫ

Уравнения структуры второй кинематической алгебры запишем следующим образом

$$d_2 D_1 r = D_1 r \circ D_2 r \,.$$

Или

$$d_2(D_1 x + D_1 l + D_1 a) = (D_1 x + D_1 l + D_1 a) \circ (D_2 x + D_2 l + D_2 a)\,.$$

Или

$$\begin{aligned} d_2 D_1 x + d_2 D_1 l + d_2 D_1 a &= D_1 x \circ D_2 x + D_1 x \circ D_2 l + D_1 x \circ D_2 a + \\ &+ D_1 l \circ D_2 x + D_1 l \circ D_2 l + D_1 l \circ D_2 a + + D_1 a \circ D_2 x + D_1 a \circ D_2 l + D_1 a \circ D_2 a\,. \end{aligned} \tag{9}$$

Запишем уравнения структуры относительно координат векторов. Для этого подставим в уравнения структуры выражения дифференциалов векторов через базисные векторы

$$Dx = \mathfrak{e}_I \cdot Dx^I\,, \quad Dl = \mathfrak{I}^K{}_I \cdot Dl^I{}_K\,, \quad Da = \mathfrak{I}^{LI}{}_K \cdot Da^K{}_{IL}\,.$$

Получим

$$\begin{aligned} &(d_2 D_1 x^K) \cdot \mathfrak{e}_I + (d_2 D_1 l^K{}_L) \cdot \mathfrak{I}^L{}_M + (d_2 D_1 a^K{}_{IL}) \cdot \mathfrak{I}^{LI}{}_M = \\ &\quad = (D_1 x^K \cdot D_2 x^M) \cdot (\mathfrak{e}_K \circ \mathfrak{e}_M) + (D_1 x^K \cdot D_2 l^M{}_I) \cdot (\mathfrak{e}_K \circ \mathfrak{I}^I{}_M) + (D_1 x^K \cdot D_2 a^M{}_{IP}) \cdot (\mathfrak{e}_K \circ \mathfrak{I}^{PI}{}_M) + \\ &\quad + (D_1 l^K{}_L \cdot D_2 x^M) \cdot (\mathfrak{I}^L{}_K \circ \mathfrak{e}_M) + (D_1 l^K{}_L \cdot D_2 l^M{}_I) \cdot (\mathfrak{I}^L{}_K \circ \mathfrak{I}^I{}_M) + (D_1 l^K{}_L \cdot D_2 a^M{}_{IP}) \cdot (\mathfrak{I}^L{}_K \circ \mathfrak{I}^{PI}{}_M) + \\ &\quad + (D_1 a^K{}_{LN} \cdot D_2 x^M) \cdot (\mathfrak{I}^{NL}{}_K \circ \mathfrak{e}_M) + (D_1 a^K{}_{LN} \cdot D_2 l^M{}_I) \cdot (\mathfrak{I}^{NL}{}_K \circ \mathfrak{I}^I{}_M) + (D_1 a^K{}_{LN} \cdot D_2 a^M{}_{IP}) \cdot (\mathfrak{I}^{NL}{}_K \circ \mathfrak{I}^{PI}{}_M)\,. \end{aligned}$$

Далее воспользуемся умножением базисных векторов (8).

В результате имеем

$$\begin{aligned} &(d_2 D_1 x^K) \cdot \mathfrak{e}_I + (d_2 D_1 l^K{}_L) \cdot \mathfrak{I}^L{}_M + (d_2 D_1 a^K{}_{IL}) \cdot \mathfrak{I}^{LI}{}_M = \\ &\quad = (D_1 x^K \cdot D_2 x^M) \cdot (\mathfrak{e}_I \cdot C^I{}_{KM} + \mathfrak{I}^P{}_N \cdot C^N{}_{PKM}) + (D_2 l^M{}_K \cdot D_1 x^K) \cdot \mathfrak{e}_M + (D_2 a^M{}_{IK} \cdot D_1 x^K) \cdot \mathfrak{I}^I{}_M + \\ &\quad + (D_2 l^M{}_K \cdot D_1 l^K{}_L) \cdot (\delta^L{}_M + \mathfrak{I}^L{}_M) + (D_2 a^M{}_{IK} \cdot D_1 l^K{}_L) \cdot (\mathfrak{I}^{LI}{}_M + \mathfrak{e}_M \cdot g^{LI}) + \\ &\quad + (D_2 l^M{}_K \cdot D_1 a^K{}_{LN}) \cdot \mathfrak{I}^{NL}{}_M + (D_2 a^M{}_{IK} \cdot D_1 a^K{}_{LN}) \cdot (\mathfrak{I}^N{}_M \cdot g^{LI} + \delta^N{}_M \cdot g^{LI})\,. \end{aligned}$$

После преобразований получим уравнения структуры второй кинематической алгебры:

$$\begin{aligned} d_2 D_1 x^I &= D_2 l^I{}_K \cdot D_1 x^K + D_2 a^I{}_{MK} \cdot D_1 l^K{}_L \cdot g^{ML} + C^I{}_{KM} \cdot D_1 x^K \cdot D_2 x^M\,, \\ d_2 D_1 l^M{}_L &= D_2 l^M{}_K \cdot D_1 l^K{}_L + D_2 a^M{}_{LK} \cdot D_1 x^K + D_2 a^M{}_{IK} \cdot D_1 a^K{}_{NL} \cdot g^{NI} + C^M{}_{LIK} \cdot D_1 x^I \cdot D_2 x^K\,, \\ d_2 D_1 a^M{}_{IL} &= D_2 a^M{}_{IK} \cdot D_1 l^K{}_L + D_2 l^M{}_K \cdot D_1 a^K{}_{IL} + C^M{}_{ILPQ} \cdot D_1 x^P \cdot D_2 x^Q\,, \\ d_2 D_1 r^0 &= C_{KL} \cdot D_1 x^K \cdot D_2 x^L + D_2 l^M{}_K \cdot D_1 l^K{}_M + D_2 a^M{}_{IK} \cdot D_1 a^K{}_{LM} \cdot g^{LI}\,. \end{aligned} \tag{10}$$

1. Частный случай

Помимо таблицы умножений (8) мы будем пользоваться ее частным случаем, когда проекция произведений базисных векторов на контравариантный метрический тензор отсутствует. Такая таблица умножений базисных векторов имеет вид

$$\begin{aligned} \mathfrak{e}_K \circ \mathfrak{e}_M &= \mathfrak{e}_L \cdot C^L{}_{KM} + \mathfrak{I}^P{}_L \cdot C^L{}_{PKM} + \mathfrak{I}^{NI}{}_L \cdot C^L{}_{INKM}\,, \\ \mathfrak{I}^L{}_K \circ \mathfrak{e}_M &= 0\,, \\ \mathfrak{e}_K \circ \mathfrak{I}^I{}_M &= \delta^I{}_K \cdot \mathfrak{e}_M\,, \\ \mathfrak{I}^L{}_K \circ \mathfrak{I}^I{}_M &= \delta^I{}_K \cdot \delta^L{}_M + \delta^I{}_K \cdot \mathfrak{I}^L{}_M\,, \\ \mathfrak{e}_K \circ \mathfrak{I}^{PI}{}_M &= \delta^P{}_K \cdot \mathfrak{I}^I{}_M\,, \\ \mathfrak{I}^{NL}{}_K \circ \mathfrak{e}_M &= 0\,, \\ \mathfrak{I}^L{}_K \circ \mathfrak{I}^{PI}{}_M &= \delta^P{}_K \cdot \mathfrak{I}^{LI}{}_M\,, \\ \mathfrak{I}^{NL}{}_K \circ \mathfrak{I}^I{}_M &= \mathfrak{I}^{NL}{}_M \cdot \delta^I{}_K\,, \\ \mathfrak{I}^{NL}{}_K \circ \mathfrak{I}^{PI}{}_M &= 0\,. \end{aligned} \tag{11}$$

В этом случае уравнения структуры (9) упрощаются

$$
\begin{aligned}
&d_2D_1x^I = D_2l^I{}_K \cdot D_1x^K + C^I{}_{KL} \cdot D_1x^K \cdot D_2x^L\,,\\
&d_2D_1l^M{}_L = D_2l^M{}_K \cdot D_1l^K{}_L + D_2a^M{}_{LK} \cdot D_1x^K + C^M{}_{LIK} \cdot D_1x^I \cdot D_2x^K\,,\\
&d_2D_1a^M{}_{IL} = D_2a^M{}_{IN} \cdot D_1l^N{}_L + D_2l^M{}_N \cdot D_1a^N{}_{IL} + C^M{}_{ILPQ} \cdot D_1x^P \cdot D_2x^Q\,,\\
&d_2D_1r^0 = C_{KL} \cdot D_1x^K \cdot D_2x^L + D_2l^M{}_K \cdot D_1l^K{}_M\,.
\end{aligned}
\tag{12}
$$

V. УРАВНЕНИЯ СТРУКТУРЫ ВТОРОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ АЛГЕБРЫ В КАЛИБРОВОЧНОМ ПОЛЕ

Для того, чтобы перейти от второй кинематической алгебры к второй кинематической алгебре в калибровочном поле, необходимо выполнить следующую замену компонент дифференциалов векторов

$$
D\boldsymbol{x} \to D\boldsymbol{x}\,, \quad D\boldsymbol{l} \to D\boldsymbol{l} - D\boldsymbol{x} \circ \boldsymbol{A}\,, \quad D\boldsymbol{a} \to D\boldsymbol{a} - D\boldsymbol{x} \circ \boldsymbol{B}\,.
$$

В координатной записи выражения дифференциалов векторов приобретают вид

$$
D\boldsymbol{x} = \mathfrak{e}_I \cdot Dx^I\,, \quad D\boldsymbol{l} = \mathfrak{J}^K{}_I \cdot (Dl^I{}_K - A^I{}_{KN} \cdot Dx^N)\,, \quad D\boldsymbol{a} = \mathfrak{J}^{LK}{}_I \cdot (Da^I{}_{KL} - B^I{}_{KLN} \cdot Dx^N)\,. \tag{13}
$$

Объект $\boldsymbol{B}$ с координатами $B^I{}_{KLN}$ мы назовем *вторым потенциалом* калибровочного поля.

Уравнение структуры (9) сохраняет свой вид для второй кинематической алгебры в калибровочном поле с учетом вышеуказанных выражений. Поэтому подставим в уравнение структуры (9) выражения (13) дифференциалов векторов через базисные векторы. Вычислим каждое слагаемое правой части уравнения структуры (9), используя умножение базисных векторов (8). Получим

$$
D_1\boldsymbol{x} \circ D_2\boldsymbol{x} = (D_1x^I \cdot D_2x^K) \cdot (\mathfrak{e}_I \circ \mathfrak{e}_K) = (D_1x^I \cdot D_2x^K) \cdot (\mathfrak{e}_L \cdot C^L{}_{IK} + \mathfrak{J}^M{}_L \cdot C^L{}_{MIK} + \mathfrak{J}^{NM}{}_L \cdot C^L{}_{MNIK})\,,
$$

$$
D_1\boldsymbol{x} \circ D_2\boldsymbol{l} = (D_1x^K \cdot (D_2l^M{}_I - A^M{}_{IN} \cdot D_2x^N)) \cdot (\mathfrak{e}_K \circ \mathfrak{J}^I{}_M) = (\delta_1x^K \cdot (\delta_2l^M{}_K - A^M{}_{KN} \cdot D_2x^N)) \cdot \mathfrak{e}_M\,,
$$

$$
D_1\boldsymbol{x} \circ D_2\boldsymbol{a} = (D_1x^K \cdot (D_2a^M{}_{IK} - B^M{}_{IKN} \cdot D_2x^N)) \cdot \mathfrak{J}^I{}_M\,,
$$

$$
D_1\boldsymbol{l} \circ D_2\boldsymbol{x} = 0\,, \quad \text{так как} \quad \mathfrak{J}^L{}_K \circ \mathfrak{e}_M = 0\,,
$$

$$
\begin{aligned}
D_1\boldsymbol{l} \circ D_2\boldsymbol{l} &= (D_1l^K{}_L - A^K{}_{LP} \cdot D_1x^P) \cdot (D_2l^M{}_I - A^M{}_{IQ} \cdot D_2x^Q) \cdot (\mathfrak{J}^L{}_K \circ \mathfrak{J}^I{}_M) = \\
&(D_1l^K{}_L \cdot D_2l^M{}_K - A^K{}_{LP} \cdot D_1x^P \cdot D_2l^M{}_K - D_1l^K{}_L \cdot A^M{}_{KQ} \cdot D_2x^Q + A^K{}_{LP} \cdot D_1x^P \cdot A^M{}_{KQ} \cdot D_2x^Q) \cdot (\delta^L{}_M + \mathfrak{J}^L{}_M)\,,
\end{aligned}
$$

$$
D_1\boldsymbol{l} \circ D_2\boldsymbol{a} = (D_1l^K{}_L - A^K{}_{LQ} \cdot D_1x^Q) \cdot (D_2a^M{}_{IK} - B^M{}_{IKN} \cdot D_2x^N) \cdot (\mathfrak{J}^{LI}{}_M + \mathfrak{e}_M \cdot g^{LI})\,,
$$

$$
D_1\boldsymbol{a} \circ D_2\boldsymbol{x} = 0\,, \quad \text{так как} \quad \mathfrak{J}^{NL}{}_K \circ \mathfrak{e}_M = 0\,,
$$

$$
D_1\boldsymbol{a} \circ D_2\boldsymbol{l} = (D_1a^K{}_{LN} - B^K{}_{LNP} \cdot D_1x^P) \cdot (D_2l^M{}_K - A^M{}_{KN} \cdot D_2x^N) \cdot \mathfrak{J}^{NL}{}_M\,,
$$

$$
D_1\boldsymbol{a} \circ D_2\boldsymbol{a} = (D_1a^K{}_{LN} - B^K{}_{LNP} \cdot D_1x^P) \cdot (D_2a^M{}_{IK} - B^M{}_{IKS} \cdot D_2x^S) \cdot (\mathfrak{J}^N{}_M \cdot g^{LI} + \delta^N{}_M \cdot g^{LI})\,.
$$

Подставляя полученные выражения в (9) и разделяя уравнение по базисным векторам, получим первое уравнение структуры

$$
d_2D_1x^I = D_2l^I{}_K \cdot D_1x^K + T^I{}_{KL} \cdot D_1x^K \cdot D_2x^L + (D_2a^I{}_{MK} - B^I{}_{MKN} \cdot D_2x^N) \cdot (D_1l^K{}_L - A^K{}_{LQ} \cdot D_1x^Q) \cdot g^{LM}\,,
$$

где

$$
T^I{}_{KL} = C^I{}_{KL} - A^I{}_{KL} \quad \text{– объект кручения,}
$$

второе уравнение структуры

$$
\begin{aligned}
d_2D_1l^M{}_L - d_2A^M{}_{LN} \cdot D_1x^N - A^M{}_{LN} \cdot d_2D_1x^N &= C^M{}_{LIK} \cdot D_1x^I \cdot D_2x^K + (D_2a^M{}_{LK} - B^M{}_{LKN} \cdot D_2x^N) \cdot D_1x^K + \\
&+ (D_1l^K{}_L \cdot D_2l^M{}_K - A^K{}_{LP} \cdot D_1x^P \cdot D_2l^M{}_K - D_1l^K{}_L \cdot A^M{}_{KQ} \cdot D_2x^Q + A^K{}_{LP} \cdot D_1x^P \cdot A^M{}_{KQ} \cdot D_2x^Q) + \\
&+ (D_1a^K{}_{NL} - B^K{}_{NLP} \cdot D_1x^P) \cdot (D_2a^M{}_{IK} - B^M{}_{IKS} \cdot D_2x^S) \cdot g^{NI}\,,
\end{aligned}
$$

и третье уравнение структуры

$$d_2 D_1 a^M{}_{IL} - d_2 B^M{}_{ILN} \cdot D_1 x^N - B^M{}_{ILN} \cdot d_2 D_1 x^N = D_1 x^P \cdot D_2 x^Q \cdot C^M{}_{ILPQ} +$$
$$+ (D_2 a^M{}_{IK} - B^M{}_{IKN} \cdot D_2 x^N) \cdot (D_1 l^K{}_L - A^K{}_{LQ} \cdot D_1 x^Q) + (D_2 l^M{}_K - A^M{}_{KQ} \cdot D_2 x^Q) \cdot (D_1 a^K{}_{IL} - B^K{}_{ILP} \cdot D_1 x^P)\,.$$

И после подстановки первого уравнения во второе и третье для этих уравнений соответственно получим

$$d_2 D_1 l^M{}_L = D_2 l^M{}_K \cdot D_1 l^K{}_L + D_2 a^M{}_{LK} \cdot D_1 x^K + A^M{}_{LN} \cdot D_2 l^N{}_K \cdot D_1 x^K - D_2 l^M{}_K \cdot A^K{}_{LP} \cdot D_1 x^P -$$
$$- A^M{}_{KQ} \cdot D_1 l^K{}_L \cdot D_2 x^Q + F^M{}_{LPQ} \cdot D_1 x^P \cdot D_2 x^Q +$$
$$+ A^M{}_{LN} \cdot (D_2 a^N{}_{TK} - B^N{}_{TKP} \cdot D_2 x^P) \cdot (D_1 l^K{}_S - A^K{}_{SQ} \cdot D_1 x^Q) \cdot g^{ST} +$$
$$+ (D_2 a^M{}_{IK} - B^M{}_{IKQ} \cdot D_2 x^Q) \cdot (D_1 a^K{}_{NL} - B^K{}_{NLP} \cdot D_1 x^P) \cdot g^{NI}\,,$$

где

$$F^M{}_{LPQ} = A^M{}_{LPQ} + A^M{}_{KQ} \cdot A^K{}_{LP} + A^M{}_{LN} \cdot T^N{}_{PQ} + C^M{}_{LPQ} - B^M{}_{LPQ} \quad \text{– объект кривизны}\,,$$

$$d_2 D_1 a^M{}_{IL} = D_2 a^M{}_{IK} \cdot D_1 l^K{}_L + D_2 l^M{}_K \cdot D_1 a^K{}_{IL} +$$
$$+ B^M{}_{ILN} \cdot D_2 l^N{}_K \cdot D_1 x^K - B^M{}_{IKN} \cdot D_2 x^N \cdot D_1 l^K{}_L - D_2 l^M{}_K \cdot B^K{}_{ILP} \cdot D_1 x^P -$$
$$- D_2 a^M{}_{IK} \cdot A^K{}_{LP} \cdot D_1 x^P + A^M{}_{KQ} \cdot D_2 x^Q \cdot D_1 a^K{}_{IL} + F^M{}_{ILPQ} \cdot D_1 x^P \cdot D_2 x^Q +$$
$$+ B^M{}_{ILN} \cdot (D_2 a^N{}_{MK} - B^N{}_{MKQ} \cdot D_2 x^Q) \cdot (D_1 l^K{}_L - A^K{}_{LP} \cdot D_1 x^P) \cdot g^{LM}\,,$$

где

$F^M{}_{ILPQ} = B^M{}_{ILPQ} + B^M{}_{IKQ} \cdot A^K{}_{LP} + A^M{}_{KQ} \cdot B^K{}_{ILP} + B^M{}_{ILN} \cdot T^N{}_{PQ} + C^M{}_{ILPQ}$ – второй объект кривизны, здесь использовано обозначение $B^M{}_{ILPQ} \cdot Dx^Q = dB^M{}_{ILP}$.

Окончательно уравнения структуры для второй кинематической алгебры в калибровочном поле принимают вид: первое уравнение структуры

$$d_2 D_1 x^I = D_2 l^I{}_K \cdot D_1 x^K + T^I{}_{KL} \cdot D_1 x^K \cdot D_2 x^L + D_2 a^I{}_{MK} \cdot D_1 l^K{}_L \cdot g^{LM} -$$
$$- B^I{}_{MKN} \cdot D_2 x^N \cdot D_1 l^K{}_L \cdot g^{LM} - D_2 a^I{}_{MK} \cdot A^K{}_{LQ} \cdot D_1 x^Q \cdot g^{LM} + B^I{}_{MKN} \cdot D_2 x^N \cdot A^K{}_{LQ} \cdot D_1 x^Q \cdot g^{LM}\,, \quad (14)$$

где

$$T^I{}_{KL} = C^I{}_{KL} - A^I{}_{KL} \quad \text{– объект кручения,}$$

второе уравнение структуры

$$d_2 D_1 l^M{}_L = D_2 l^M{}_K \cdot D_1 l^K{}_L + D_2 a^M{}_{LK} \cdot D_1 x^K + A^M{}_{LN} \cdot D_2 l^N{}_K \cdot D_1 x^K - D_2 l^M{}_K \cdot A^K{}_{LP} \cdot D_1 x^P -$$
$$- A^M{}_{KQ} \cdot D_1 l^K{}_L \cdot D_2 x^Q + F^M{}_{LPQ} \cdot D_1 x^P \cdot D_2 x^Q + A^M{}_{LN} \cdot D_2 a^N{}_{TK} \cdot D_1 l^K{}_S \cdot g^{ST} -$$
$$- A^M{}_{LN} \cdot D_2 a^N{}_{TK} \cdot A^K{}_{SQ} \cdot D_1 x^Q \cdot g^{ST} - A^M{}_{LN} \cdot B^N{}_{TKP} \cdot D_2 x^P \cdot D_1 l^K{}_S \cdot g^{ST} +$$
$$+ A^M{}_{LN} \cdot B^N{}_{TKP} \cdot D_2 x^P \cdot A^K{}_{SQ} \cdot D_1 x^Q \cdot g^{ST} + D_2 a^M{}_{IK} \cdot D_1 a^K{}_{NL} \cdot g^{NI} - D_2 a^M{}_{IK} \cdot B^K{}_{NLP} \cdot D_1 x^P \cdot g^{NI} -$$
$$- B^M{}_{IKQ} \cdot D_2 x^Q \cdot D_1 a^K{}_{NL} \cdot g^{NI} + B^M{}_{IKQ} \cdot D_2 x^Q \cdot B^K{}_{NLP} \cdot D_1 x^P \cdot g^{NI}\,, \quad (15)$$

где

$$F^M{}_{LPQ} = A^M{}_{LPQ} + A^M{}_{KQ} \cdot A^K{}_{LP} + A^M{}_{LN} \cdot T^N{}_{PQ} + C^M{}_{LPQ} - B^M{}_{LPQ} \quad \text{– объект кривизны,}$$

третье уравнение структуры

$$d_2 D_1 a^M{}_{IL} = D_2 a^M{}_{IK} \cdot D_1 l^K{}_L + D_2 l^M{}_K \cdot D_1 a^K{}_{IL} + B^M{}_{ILN} \cdot D_2 l^N{}_K \cdot D_1 x^K - B^M{}_{IKN} \cdot D_2 x^N \cdot D_1 l^K{}_L -$$
$$- D_2 l^M{}_K \cdot B^K{}_{ILP} \cdot D_1 x^P - D_2 a^M{}_{IK} \cdot A^K{}_{LP} \cdot D_1 x^P - A^M{}_{KQ} \cdot D_2 x^Q \cdot D_1 a^K{}_{IL} + F^M{}_{ILPQ} \cdot D_1 x^P \cdot D_2 x^Q +$$
$$+ B^M{}_{ILN} \cdot D_2 a^N{}_{MK} \cdot D_1 l^K{}_L \cdot g^{LM} - B^M{}_{ILN} \cdot D_2 a^N{}_{MK} \cdot A^K{}_{LP} \cdot D_1 x^P \cdot g^{LM} -$$
$$- B^M{}_{ILN} \cdot B^N{}_{MKQ} \cdot D_2 x^Q \cdot D_1 l^K{}_L \cdot g^{LM} + B^M{}_{ILN} \cdot B^N{}_{MKQ} \cdot D_2 x^Q \cdot A^K{}_{LP} \cdot D_1 x^P \cdot g^{LM}\,, \quad (16)$$

где

$F^M{}_{ILPQ} = B^M{}_{ILPQ} + B^M{}_{IKQ} \cdot A^K{}_{LP} + A^M{}_{KQ} \cdot B^K{}_{ILP} + B^M{}_{ILN} \cdot T^N{}_{PQ} + C^M{}_{ILPQ}$ – второй объект кривизны, здесь введено обозначение $B^M{}_{ILPQ} \cdot Dx^Q = dB^M{}_{ILP}$.

К этим уравнениям необходимо добавить проекцию уравнения (9) на скалярное направление

$$d_2 D_1 r^0 = C_{KL} \cdot D_1 x^K \cdot D_2 x^L + (D_1 l^K{}_L - A^K{}_{LP} \cdot D_1 x^P) \cdot (D_2 l^L{}_K - A^L{}_{KQ} \cdot D_2 x^Q) +$$
$$+ (D_1 a^K{}_{LM} - B^K{}_{LMP} \cdot D_1 x^P) \cdot (D_2 a^M{}_{IK} - B^M{}_{IKS} \cdot D_2 x^S) \cdot g^{LI}\,. \quad (17)$$

1. Частный случай

Для частного случая таблицы умножений базисных векторов (11) уравнения структуры второй кинематической алгебры в калибровочном поле принимают вид:
первое уравнение

$$d_2 D_1 x^I = D_2 l^I{}_K \cdot D_1 x^K + T^I{}_{KL} \cdot D_1 x^K \cdot D_2 x^L \,,$$

где

$$T^I{}_{KL} = C^I{}_{KL} - A^I{}_{KL} \quad \text{– объект кручения,}$$

второе уравнение

$$\begin{aligned} d_2 D_1 l^M{}_L = D_2 l^M{}_K \cdot D_1 l^K{}_L + D_2 a^M{}_{LK} \cdot D_1 x^K + \\ + A^M{}_{LN} \cdot D_2 l^N{}_K \cdot D_1 x^K - D_2 l^M{}_K \cdot A^K{}_{LP} \cdot D_1 x^P - A^M{}_{KQ} \cdot D_1 l^K{}_L \cdot D_2 x^Q + F^M{}_{LPQ} \cdot D_1 x^P \cdot D_2 x^Q \,, \end{aligned}$$

где

$$F^M{}_{LPQ} = A^M{}_{LPQ} + A^M{}_{KQ} \cdot A^K{}_{LP} + A^M{}_{LN} \cdot T^N{}_{PQ} + C^M{}_{LPQ} \quad \text{– объект кривизны,}$$

третье уравнение

$$d_2 D_1 a^M{}_{IL} = D_2 a^M{}_{IK} \cdot D_1 l^K{}_L + D_2 l^M{}_K \cdot D_1 a^K{}_{IL} - D_2 a^M{}_{IK} \cdot A^K{}_{LP} \cdot D_1 x^P - A^M{}_{KQ} \cdot D_2 x^Q \cdot D_1 a^K{}_{IL} \,.$$

К этим уравнениям необходимо добавить проекцию уравнения (9) на скалярное направление

$$d_2 D_1 r^0 = C_{KL} \cdot D_1 x^K \cdot D_2 x^L + (D_1 l^K{}_L - A^K{}_{LP} \cdot D_1 x^P) \cdot (D_2 l^L{}_K - A^L{}_{KQ} \cdot D_2 x^Q) \,.$$

VI. ПРИНЦИП ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ

Кинематический подход к описанию взаимодействия с помощью калибровочного поля позволяет дать общую и прозрачную формулировку принципа эквивалентности. Кинематические движения, как элемент кинематического пространства, позволяют записать координаты движущегося пространства (движущейся системы отсчета) через координаты неподвижного пространства (неподвижной системы отсчета). Перефразируя формулы (6) и (12) лекции 25, запишем

$$x'^I = x_0^I + l_K^I dx^K + \left(l^I_{K_1,K_2} + l^I_{K_1 K_2} \right) d_1 x^{K_1} d_2 x^{K_2} + \left(l^I_{K_1,K_2,K_3} + l^I_{K_1 K_2,K_3} + l^I_{K_1 K_2 K_3} \right) d_1 x^{K_1} d_2 x^{K_2} d_3 x^{K_3} \,. \tag{18}$$

Здесь x'^I – координаты движущегося пространства, x^I и d – соответственно координаты и дифференциал неподвижного пространства, x_0^I – начальное значение координат неподвижного пространства, l_K^I – линейное движение, $l^I_{K_1 K_2}$ – билинейное движение, $l^I_{K_1 K_2 K_3}$ – полилинейное движение.

Введем D – дифференциал движущегося пространства и перепишем второе слагаемое следующим образом

$$\left(\left(l^I_{K_1,K_2} + l^I_{K_1 K_2} \right) \tilde{l}^{K_1}_{I_1} \tilde{l}^{K_2}_{I_2} \right) D_1 x^{I_1} D_2 x^{I_2} = a^I_{I_1 I_2} D_1 x^{I_1} D_2 x^{I_2} = D_2 l^I_{I_1} D_1 x^{I_1} \,,$$

где $a^I_{I_1 I_2}$ – координаты ускорения. Кроме того перепишем третье слагаемое следующим образом

$$\left(\left(l^I_{K_1,K_2,K_3} + l^I_{K_1 K_2,K_3} + l^I_{K_1 K_2 K_3} \right) \tilde{l}^{K_1}_{I_1} \tilde{l}^{K_2}_{I_2} \tilde{l}^{K_3}_{I_3} \right) \cdot D_1 x^{I_1} D_2 x^{I_2} D_3 x^{I_3} = b^I_{I_1 I_2 I_3} D_1 x^{I_1} D_2 x^{I_2} D_3 x^{I_3} = D_3 a^I_{I_1 I_2} D_1 x^{I_1} D_2 x^{I_2} \,.$$

Здесь $b^I_{I_1 I_2 I_3}$ – координаты *второго ускорения*.

Используя полученные выражения, перепишем уравнение (18)

$$x'^I = x_0^I + D x^I + D_2 l^I_{I_1} D_1 x^{I_1} + D_3 a^I_{I_1 I_2} D_1 x^{I_1} D_2 x^{I_2} + \ldots \tag{19}$$

С другой стороны координаты искривленного пространства, обусловленного калибровочным полем, связаны с координатами системы отсчета следующим соотношением[4]

$$x'^I = x_0^I + h_K^I dx^K + \left(h^I_{K_1,K_2} + h^I_{K_1 K_2} \right) dx^{K_1} dx^{K_2} + \left(h^I_{K_1,K_2,K_3} + h^I_{K_1 K_2,K_3} + h^I_{K_1 K_2 K_3} \right) dx^{K_1} dx^{K_2} dx^{K_3} \,. \tag{20}$$

[4] Здесь также перефразированы формулы (6) и (12) лекции 25

Здесь

- h^I_K – линейное преобразование, которое мы назовем линейным *калибровочным преобразованием*,
- $h^I_{K_1K_2}$ – *билинейное калибровочное преобразование*,
- $h^I_{K_1K_2K_3}$ – *полилинейное калибровочное преобразование.*

Аналогично предыдущему введем дифференциал искривленного пространства D и перепишем второе и третье слагаемые разложения (20) следующим образом

$$\left(\left(h^I_{K_1,K_2}+h^I_{K_1K_2}\right)\tilde{h}^{K_1}_{I_1}\tilde{h}^{K_2}_{I_2}\right)D_1x^{I_1}D_2x^{I_2}=A^I_{I_1I_2}D_1x^{I_1}D_2x^{I_2}\,,$$

где $A^I_{I_1I_2}$ – потенциал калибровочного поля, и

$$\left(\left(h^I_{K_1,K_2,K_3}+h^I_{K_1K_2,K_3}+h^I_{K_1K_2K_3}\right)\tilde{h}^{K_1}_{I_1}\tilde{h}^{K_2}_{I_2}\tilde{h}^{K_3}_{I_3}\right)\cdot D_1x^{I_1}D_2x^{I_2}D_3x^{I_3}=B^I_{I_1I_2I_3}D_1x^{I_1}D_2x^{I_2}D_3x^{I_3}\,,$$

где $B^I_{I_1I_2I_3}$ – *второй потенциал* калибровочного поля.

Комбинируя вышеприведенные соотношения, выразим координаты движущегося пространства в калибровочном поле через координаты неподвижного пространства, параметры движения и параметры калибровочного поля

$$x'^I=x^I_0+\left(\tilde{h}^I{}_K\cdot l^K{}_N\right)dx^N+\left(D_2l^I{}_K-A^I{}_{KN}\cdot D_2x^N\right)D_1x^K+\left(D_3a^I{}_{KL}-B^I{}_{KLN}\cdot D_3x^N\right)D_2x^LD_1x^K\,. \qquad (21)$$

Отсюда, в частности, следуют формулы перехода от дифференциалов кинематической алгебры к дифференциалам кинематической алгебры в калибровочном поле (13).

Назовем движение пространства в калибровочном поле *свободным*, если выполняются следующие соотношения:

$$\begin{aligned}&\tilde{h}^I{}_K\cdot l^K{}_N=\delta^I{}_N\\&Dl^I{}_K-A^I{}_{KN}\cdot Dx^N=0\,,\\&Da^I{}_{KL}-B^I{}_{KLN}\cdot Dx^N=0\,.\end{aligned} \qquad (22)$$

В этом случае координаты движущегося пространства (движущейся системы отсчета) записываются через координаты неподвижного пространства (неподвижной системы отсчета) следующим образом

$$x'^I=x^I_0+dx^I\,. \qquad (23)$$

А это соотношение означает, что пространство, движущееся в калибровочном поле свободно, не отличимо от неподвижного пространства. Или, другими словами, система отсчета, движущаяся в калибровочном поле свободно, эквивалентна неподвижной системе отсчета. Этот тезис и есть так называемый *принцип эквивалентности.*

Условия

- $\tilde{h}^I{}_K\cdot l^K{}_N=\delta^I{}_N$ – назовем линейным соотношением принципа эквивалентности;
- $Dl^I{}_K-A^I{}_{KN}\cdot Dx^N=0$ – назовем первым соотношением принципа эквивалентности[5];
- $Da^I{}_{KL}-B^I{}_{KLN}\cdot Dx^N=0$ – назовем вторым соотношением принципа эквивалентности.

---

[5] В частном случае это соотношение сводится к общеизвестному принципу эквивалентности, который вводится в теории гравитации.

VII. ВЫВОДЫ

- Используя кинематическую алгебру, можно описать взаимодействие, рассматривая кинематическую алгебру в калибровочном поле. При этом в уравнения структуры алгебры входят объект кручения и объект кривизны, определяемые через потенциал калибровочного поля.

- Метрика кинематического пространства в калибровочном поле включает в себя метрику пространства-времени и метрику калибровочных преобразований, поставленных в соответствие точкам пространства-времени. Поэтому имеет место корреляция между пространством кинематической алгебры в калибровочном поле и пространством, рассматриваемым в многомерных обобщениях теории гравитации.

- Путем включения ускорений кинематическая алгебра продолжается до второй кинематической алгебры. Продолжение касается как таблицы умножения базисных векторов, так и уравнений структуры.

- Используя вторую кинематическую алгебру, можно продолжить описание взаимодействия, рассматривая вторую кинематическую алгебру в калибровочном поле. При этом в уравнения структуры алгебры входят объект кручения, объект кривизны и второй объект кривизны, определяемые через потенциал и второй потенциал калибровочного поля.

- Кинематический подход к описанию взаимодействия с помощью калибровочного поля позволяет дать общую и прозрачную формулировку принципа эквивалентности. Система отсчета, движущаяся в калибровочном поле свободно, эквивалентна неподвижной системе отсчета. Условием указанного свободного движения является выполнение соотношений (22).